Table des matières

Chapitre 1: Les Suites....2
I/ Rappels de la classe de première....2
II/ Limite d'une suite....3
III/ Limites usuelles....4
IV/ Opérations sur les limites....4
Chapitre 2 : Combinatoire et dénombrement....6
I/ Cardinal d’ensemble fini....6
II/ Arrangements et permutations....7
III/ Combinaisons....8
Chapitre 3 : Limites de fonctions....10
I/ Rappels sur la dérivabilité....10
II/ Notion de voisinage....11
III/ Limite infinie à l'infini....11
IV/ Limite finie à l'infinie. Asymptote horizontale....12
V/ Limite infinie en un réel. Asymptote verticale....12
VI/ Opérations sur les limites....13
VII/ Théorèmes de comparaison....14
Chapitre 4 : Vecteurs, droites et plans de l’espace....16
I/ Vecteurs de l’espace....16
II/ Droites de l’espace....16
III/ Plans de l’espace....17
IV/ Base et repère de l’espace....18
V/ Représentation paramétrique d’une droite....19
Chapitre 5 : Continuité....20
I/ Fonction continue....20
II/ Théorème des valeurs intermédiaires....21

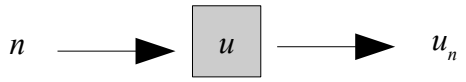
Chapitre 1: Les Suites

Ce qu'il faut savoir faire:

I/ Rappels de la classe de première.

Définitions :

- Une **suite numérique** est une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$.
- L'image de l'entier *n* par la suite est notée u_n .
  On l'appelle **terme d'indice *n*** de la suite.
- Cette suite est notée (u_n) ou encore *u*.



- **Explicite** : on exprime chaque terme de la suite en fonction de *n*. On calcule un terme en remplaçant *n* par le nombre entier correspondant. $u_n=-3n+5$
- **Par Récurrence :** on donne le premier terme de la suite et une méthode de calcul de u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n . On ne peut calculer un terme que si l'on connaît le précédent.
  $u_{n+1}=0{,}5u_n+3$ et $u_0=-2$
- **Par un Algorithme :**

u=2 for i in range (4) : u=1+1/u print(u)		for i in range (5) : u=2*i+3 print(u)	
$u_0=2$, $u_{n+1}=1+\frac{1}{u_n}$		$u_n=2n+3$	

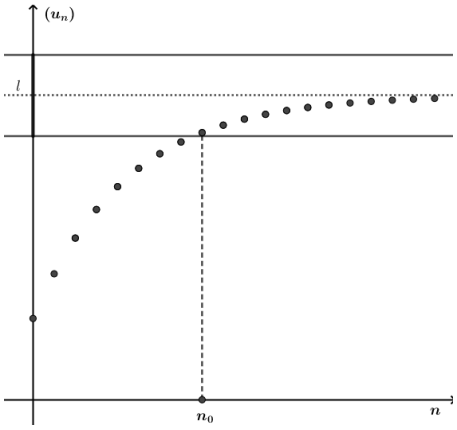
- **Sens de variation** :
  - Si pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n\leq u_{n+1}$ alors on dit que (u_n) est croissante.
  - Si pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}\leq u_n$ alors on dit que (u_n) est décroissante.
  - Si l'on ajoute «strictement» au sens de variation cela veut dire que l'inégalité est stricte.
  - Sinon (u_n) n'est ni croissante ni décroissante, on dit qu'elle n'est pas monotone.

Suites particulières :

	Arithmétique (u_n) raison r et 1er terme u_0	**Géométrique (v_n) raison q et 1er terme v_0 (positif)**
Récurrence	pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1}=u_n+r \end{cases}$	pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\begin{cases} v_0 \\ v_{n+1}=q\,v_n \end{cases}$
Explicite	pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=u_0+n\,r$ ou pour $k\in\mathbb{N}$ $u_n=u_k+(n-k)\,r$	pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_n=v_0\,q^n$ ou pour $k\in\mathbb{N}$ $v_n=v_k\,q^{n-k}$
Somme de termes	Pour $n\in\mathbb{N}^*$ $1+2+\ldots+(n-1)+n=\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n\times(n+1)}{2}$	Pour $n\in\mathbb{N}^*$ et $q\neq 1$ $1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}+q^n=\sum_{k=0}^{n}q^k=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
Sens de variation	• $r<0$ (u_n) est strictement décroissante • $r>0$ (u_n) est strictement croissante • $r=0$ (u_n) est constante	• $0<q<1$ (v_n) strictement décroissante • $1<q$ (v_n) strictement croissante • $q=1$ (v_n) est constante • $q<0$ (v_n) n'est pas monotone

II/ Limite d'une suite.

1) Limite finie d'une suite (u_n) **(suite convergente)**



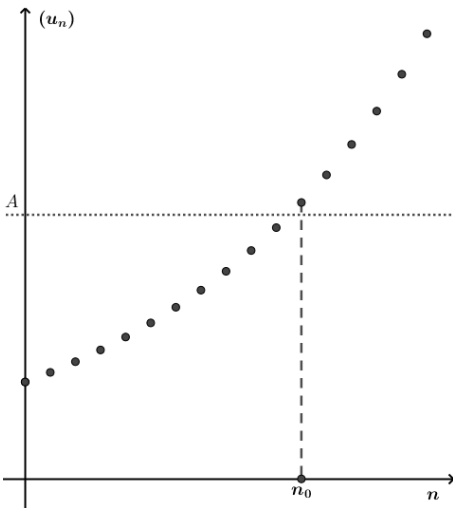
Définition :
On dit que la suite (u_n) a une limite finie l quand n tend vers $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant l contient toutes les valeurs de (u_n) à partir d'un certain rang.
On dit que (u_n) converge vers l quand n tend vers $+\infty$ et on note :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n=l$$

Exemples :

- $v_n=5-\frac{1}{n}$
- $w_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

2) Limite infinie d'une suite (u_n) **(suite divergente)**



Définition :
On dit que la suite (u_n) a pour limite $+\infty$ (respectivement $-\infty$) quand n tend vers $+\infty$, si tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$ (respectivement $]-\infty;A[$) contient toutes les valeurs de (u_n) à partir d'un certain rang.

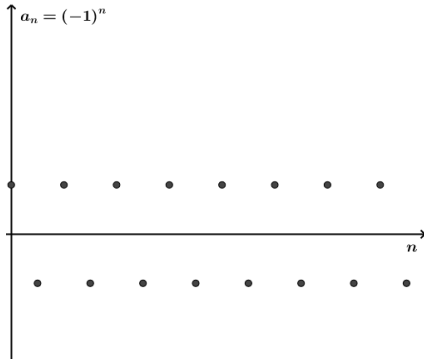
On note $\lim_{n\to+\infty} u_n=+\infty$

Exemples :

- $s_{n+1}=s_n+4$ avec $s_0=-2$
- $t_n=2^n$

3) Suite sans limite (**suite divergente**)

Certaines suites n'ont
ni de limite finie ni de limite infinie (elles n'ont pas de limite).



Exemples :

- $a_n=(-1)^n$

- $b_n=\sin(n)$

III/ Limites usuelles.

Propriétés :

$\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} n^2=+\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}=+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}=0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2}=0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}=0$

IV/ Opérations sur les limites.

l et l' désignent deux nombres réels.

Somme

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n+v_n$		$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$		
		l'	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	l			
	$-\infty$			
	$+\infty$			

Produit

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n\times v_n$		$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$			
		$l\neq 0$	0	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$l'\neq 0$				
	0				
	$-\infty$				
	$+\infty$				

Quotient

$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$		$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$			
		$l \neq 0$	0	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	$l' \neq 0$				
	0				
	$-\infty$				
	$+\infty$				

Exemples :

Chapitre 2 : Combinatoire et dénombrement

I/ Cardinal d'ensemble fini.

Définitions :

- Soit *n* un entier naturel, lorsqu'un ensemble *E* a *n* éléments, on dit que *E* est un **ensemble fini**.
- Le nombre *n* d'éléments de *E* est appelé le **cardinal de *E***, il est noté *card*(*E*).
- Par convention, l'ensemble vide $\varnothing$ est un ensemble fini de cardinal 0.
- **Dénombrer**, c'est compter le nombre d'éléments que contient un ensemble fini, c'est à dire en déterminer le cardinal.

Exemple :
On considère l'ensemble *E* des élèves du lycée, alors *card*(*E*)=874.

1) Principe additif.

Définition :
On dit que deux ensembles sont **disjoints** s'ils n'ont aucun élément en commun.

Propriété :
Soit E_1 , E_2 , …. , E_n , *n* ensembles finis deux à deux disjoints.
Alors $card(E_1 \cup E_2 \cup ... \cup E_n) = card(E_1) + card(E_2) + ... + card(E_n)$.

Exemple :
$E_1 = \{a ; b ; c ; d\}$ et $E_2 = \{7 ; 8 ; 9\}$ donc $E_1 \cap E_2 = \varnothing$ et $card(E_1 \cup E_2) = 4+3$

2) Principe multiplicatif.

Définition :
Soient E_1 et E_2 deux ensembles finis non vides. Le **produit cartésien** de E_1 et E_2 est l'ensemble noté $E_1 \times E_2$ défini par $E_1 \times E_2 = \{(a_1, a_2), a_1 \in E_1, a_2 \in E_2\}$.
Un élément (a_1, a_2) de ce produit est appelé un **couple**.

Propriété :
Soient E_1 et E_2 deux ensembles finis non vides, alors $card(E_1 \times E_2) = card(E_1) \times card(E_2)$

Exemple :

$E = \{salade ; cevice\}$ et $P = \{poulet ; steak ; légumes\}$

Définition : Soit p ensembles finis $E_1, E_2, \ldots, E_p$.

- Le produit cartésien $E_1 \times E_2 \times E_3$ est l'ensemble des **triplets** (a_1, a_2, a_3) où $a_1 \in E_1$, $a_3 \in E_3$, $a_2 \in E_2$.
- Le produit cartésien $E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p$ est l'ensemble des ***p*-uplets** $(a_1, a_2, \ldots, a_p)$ **,** où $a_1 \in E_1$ **,** $a_2 \in E_2$ **, … ,** $a_p \in E_p$ **.**

Remarque :

Si on effectue le produit cartésien d'un ensemble sur lui-même, on note $\boxed{E \times E = E^2}$ et dans le cas général $\boxed{E^p}$ le produit de p ensembles E.

Exemple :

On lance deux dés à 6 faces. On note $E = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$ l'ensemble des résultats possibles pour un dé.

Propriété :

Soit p ensembles finis $E_1, E_2, \ldots, E_p$

alors on a: $\boxed{card(E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p) = card(E_1) \times card(E_2) \times \ldots \times card(E_p)}$.

Propriété :

Soit E un ensemble fini avec $card(E) = n$ alors $\boxed{card(E^p) = n^p}$.

Exemple :

On choisi un code de carte bancaire avec 4 chiffres.

II/ Arrangements et permutations.

1) Arrangements d'un ensemble.

Définition : Soit n un entier naturel, on appelle **factorielle** de n le nombre :

$$\boxed{n! = n \times (n-1) \times \ldots \times 2 \times 1}$$

Exemple : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ et par convention $0! = 1$.

Définition : Soit E un ensemble à n éléments. Et $p \leq n$.

Un **arrangement** de p éléments de E est un p-uplet d'éléments distincts de E.

Propriété : Dans un arrangement l'ordre des éléments compte et les éléments ne se répètent pas.

Exemple :
$A=\{1\,;2\,;3\,;4\}$

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments et $p \leq n$.
Le **nombre d'arrangements** de p éléments de E est égal à :

$$n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-p+1)=\frac{n!}{(n-p)!}$$

2) Permutations d'un ensemble.

Définition : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Une **permutation** de E est un n-uplet d'éléments distincts de E.

Propriété : Soit E un ensemble fini à n éléments.
Le nombre de permutations de E est égal à $n!$.

Exemple : 4 personnes s'assoient dans une voiture à 4 places.

III/ Combinaisons.

Définition : Soit E un ensemble à n éléments et un entier $p \leq n$.
Une **combinaison** de p éléments de E est un sous-ensemble de E de cardinal p.

Propriétés :

- Dans une combinaison l'ordre n'a pas d'importance.
- Soit E un ensemble à n éléments et un entier $p \leq n$.
  Le nombre de combinaisons de p éléments de E est égal à :

$$\binom{n}{p}=\frac{n!}{p!(n-p)!}$$

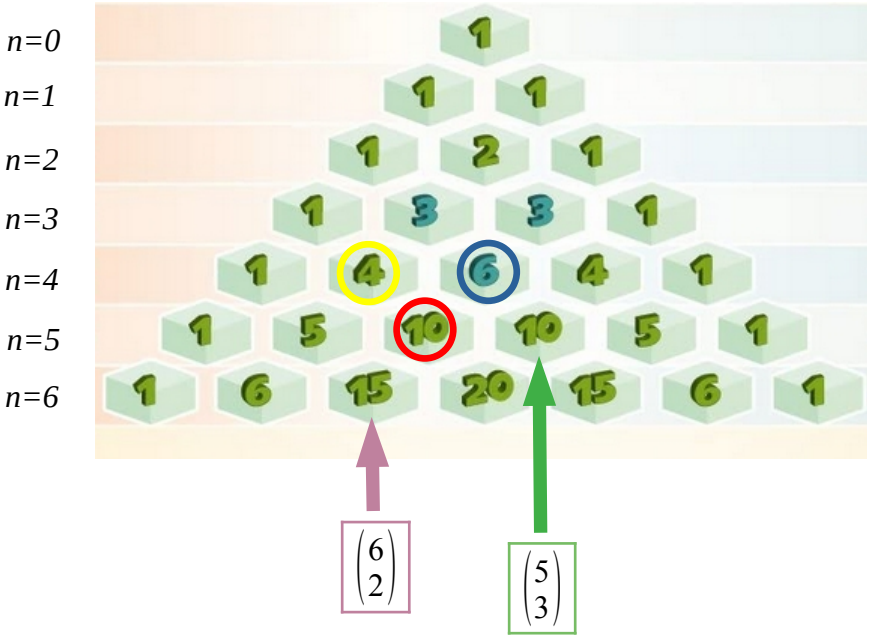
Exemple : Dans une classe de 20 élèves on choisit deux délégués.

Propriétés sur les coefficients binomiaux :

- $\binom{n}{p}=\binom{n}{n-p}$ (Symétrie).

- $\binom{n}{0}=1$ $\binom{n}{n}=1$ $\binom{n}{1}=n$ $\binom{n}{2}=\frac{n\times(n-1)}{2}$.

- **Relation de Pascal :** Pour tout entier p tel que $0\leq p\leq n$: $\binom{n+1}{p+1}=\binom{n}{p}+\binom{n}{p+1}$.



$\binom{5}{2} = \binom{4}{1} + \binom{4}{2}$

Propriété : Soit E un ensemble à n éléments.

Le nombre de sous-ensembles de E est égal à : $\sum_{p=0}^{n}\binom{n}{p}=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$

<u>Carte mentale Bilan :</u>

Chapitre 3 : Limites de fonctions

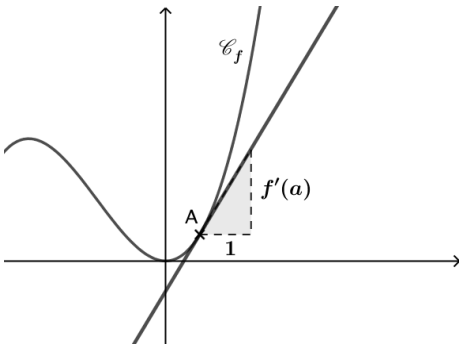
Ce qu'il faut savoir faire :

I/ Rappels sur la dérivabilité.

Dans ce qui suit, f est une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.
On note C_f sa courbe représentative.

Définitions :

- On dit que f est **dérivable** en a lorsque le taux d'accroissement $t(h)=\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ admet une limite finie lorsque h tend vers 0.
  Dans ce cas on appelle **nombre dérivé** de la fonction f en a le nombre :
  $$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$



- **La tangente à la courbe au point A** est la droite passant par le point A dont le coefficient directeur est $f'(a)$.

- L'équation réduite de cette tangente est donnée par :
  $$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

Propriétés : **A apprendre par coeur !**

f	**f est dérivable sur**	f'
k (constante)	$\mathbb{R}$	0
$mx+p$	$\mathbb{R}$	m
x^2	$\mathbb{R}$	$2x$
x^n , $n\in\mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
$\dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\dfrac{1}{x^n}$, $n\in\mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}^*$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$]0;+\infty[$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	$\mathbb{R}$	e^x

Si u et v sont dérivables sur I , λ constante, a et b réels

f	**f est dérivable sur**	f'
$u+v$	I	$u'+v'$
λu	I	$\lambda u'$
$u\times v$	I	$u'v+uv'$
$\dfrac{1}{u}$	en tout x de I tel que $u(x)\neq 0$	$-\dfrac{u'}{u^2}$
$\dfrac{u}{v}$	en tout x de I tel que $v(x)\neq 0$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$
e^u	I	$u'e^u$
$u(ax+b)$	I	$a\times u'(ax+b)$

II/ Notion de voisinage.

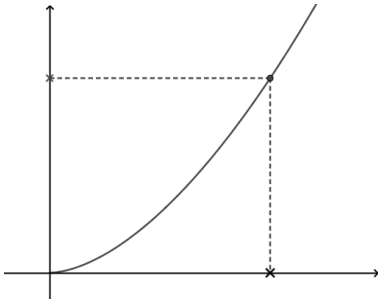
Définition :

- Soit $a \in \mathbb{R}$, on appelle **voisinage de *a*** tout intervalle de la forme $]a-h\,;a+h[$ avec $h>0$ et aussi proche de 0 que l'on veut. (ou $]a\,;a+h[$ ou $]a-h\,;a[$)
- Un **voisinage de** $+\infty$ est un intervalle de la forme $]h\,;+\infty[$ où h est aussi grand que l'on veut.
- Un **voisinage de** $-\infty$ est un intervalle de la forme $]-\infty\,;h[$ où h est aussi petit que l'on veut.

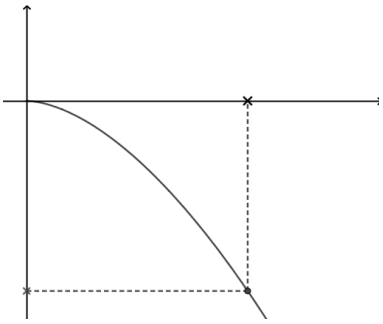
III/ Limite infinie à l'infini.

Définition :

- Soit f une fonction dont l'ensemble de définition contient $+\infty$.
  f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et on note $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ si les images de $f(x)$ sont dans un voisinage de $+\infty$ lorsque x est dans un voisinage de $+\infty$.

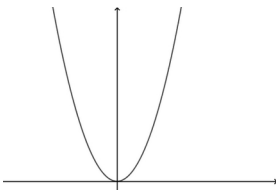


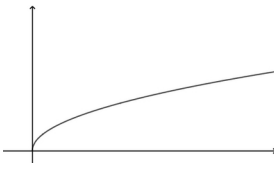
- Soit f une fonction dont l'ensemble de définition contient $+\infty$.
  f a pour limite $-\infty$ en $+\infty$ et on note $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ si les images de $f(x)$ sont dans un voisinage de $-\infty$ lorsque x est dans un voisinage de $+\infty$.

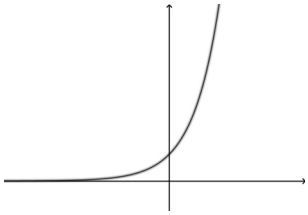


- On définit de façon similaire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

Propriété : Limites de référence.

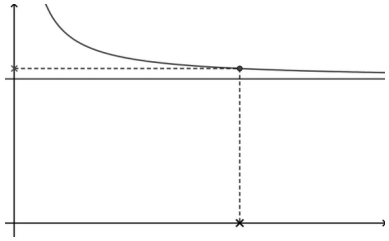






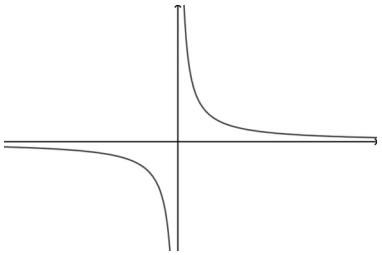
IV/ Limite finie à l'infinie. Asymptote horizontale.

Définition :
Soit f une fonction dont l'ensemble de définition contient $+\infty$.
f a pour limite le réel l en $+\infty$ et on note $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$ si les images de $f(x)$ sont dans un voisinage de l lorsque x est dans un voisinage de $+\infty$.
On définit de même $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=l$.



Définition :
La droite d'équation $y=l$ est **asymptote horizontale** à la courbe représentative de f en $+\infty$ (respectivement en $-\infty$) si et seulement si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$ (respectivement $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=l$).

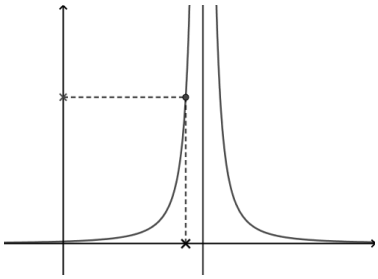
Propriété : Limites de référence.



V/ Limite infinie en un réel. Asymptote verticale.

Définition :

- Soit f une fonction dont l'ensemble de définition contient un réel a.
  f a pour limite $+\infty$ quand x tend vers a et on note $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ si les images de $f(x)$ sont dans un voisinage de $+\infty$ lorsque x est dans un voisinage de a (voisinage en cohérence avec l'ensemble de définition de f).



- On doit en général distinguer :
  - $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ lorsque x tend vers a par des valeurs inférieures (**limite à gauche**).
  - $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ lorsque x tend vers a par des valeurs supérieures (**limite à droite**).

On définit de même $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$.

Définition : La droite d'équation $x=a$ est **asymptote verticale** à la courbe représentative de f en a si et seulement si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$ (éventuellement en a^- ou en a^+).

Propriété : Limites de référence.

VI/ Opérations sur les limites.

Les limites des fonctions considérées ci-dessous quand la variable tend vers $+\infty$, $-\infty$ ou vers un réel a.
l et l' désignent deux nombres réels.

Somme

$\lim f+g$		$\lim f$		
		l	$+\infty$	$-\infty$
$\lim g$	l'			
	$+\infty$			
	$-\infty$			

Produit

$\lim f\times g$		$\lim f$			
		0	$l\neq 0$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim g$	0				
	$l'\neq 0$				
	$+\infty$				
	$-\infty$				

Quotient

$\lim \frac{f}{g}$		$\lim f$			
		0	$l\neq 0$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim g$	0				
	$l'\neq 0$				
	$+\infty$				
	$-\infty$				

F.I. veut dire forme indéterminée, on ne peut pas conclure directement, il faut souvent penser à factoriser.

Exemples :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 - 3x + 4$

- $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{2x+1}{3x-6}$

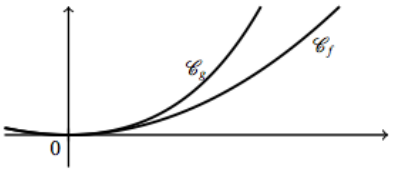
VII/ Théorèmes de comparaison.

Théorème :

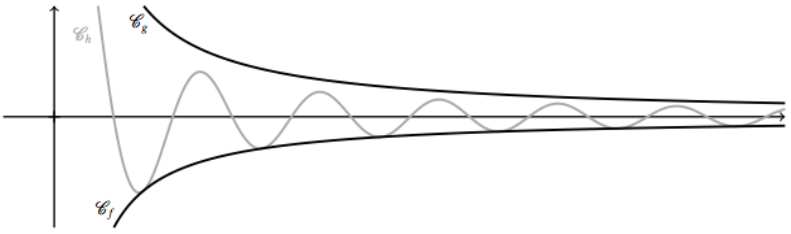
En particulier,

- si $\lim\limits_{x \to a} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$

- si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x \to a} g(x) = +\infty$



Théorème « des gendarmes » :



Chapitre 4 : Vecteurs, droites et plans de l'espace

Ce qu'il faut savoir faire:

I/ Vecteurs de l'espace.

On étend à l'espace la notion de vecteur vue dans le plan (définition, opérations, propriétés dont la relation de Chasles, colinéarité, règles de calcul sur les coordonnées).

Définition :
Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace.
Tout vecteur de la forme $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}$ avec α, β, γ trois nombre réels est appelé **combinaison linéaire** des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

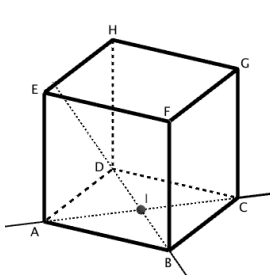
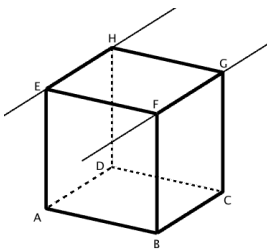
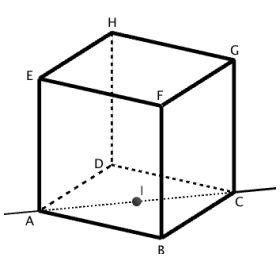
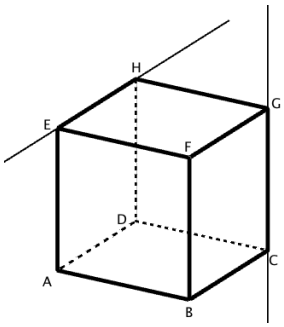
Définition :
Trois vecteurs sont **coplanaires** s'ils possèdent des représentants appartenant à un même plan.

Propriété :
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires de l'espace.
Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont **coplanaires** si et seulement si il existe un couple de réels $(\alpha;\beta)$ tel que $\vec{w}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$.

II/ Droites de l'espace.

Définition :
Soit A un point de l'espace et $\vec{u}$ un vecteur non nul. L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM}=k\vec{u}$ avec $k\in\mathbb{R}$ est une **droite**.
On dit que $\vec{u}$ est un **vecteur directeur** de cette droite.

Propriété :
Deux droites de l'espace de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, sont parallèles si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
Position relative de deux droites : (*ABCDEFGH* est un cube)

<table>
<tr><td colspan="3">Droites coplanaires (dans un même plan)</td><td>Droites non coplanaires</td></tr>
<tr><td>Droites sécantes</td><td colspan="2">Droites parallèles</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td> 
</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>(AC) et (BD) sont sécantes en I.</td><td>(EH) et (FG) sont parallèles.</td><td>(AI) et (AC) sont confondues.</td><td> 

(EH) et (GC) sont non coplanaires.</td></tr>
</table>

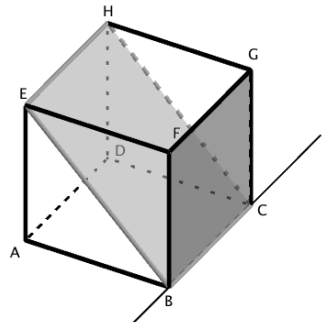
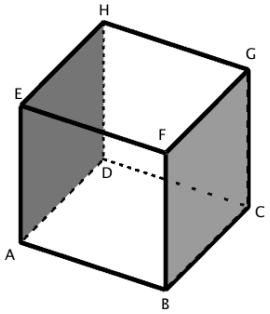
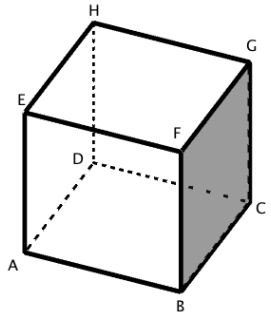
III/ Plans de l'espace.

Propriété :
Deux vecteurs non nuls et non colinéaires déterminent la direction d'un plan.

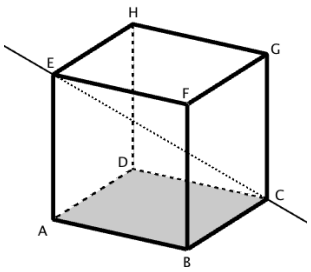
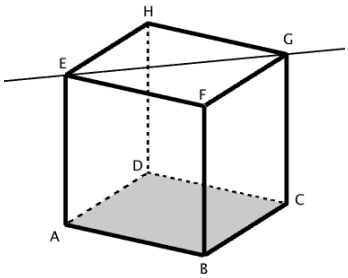
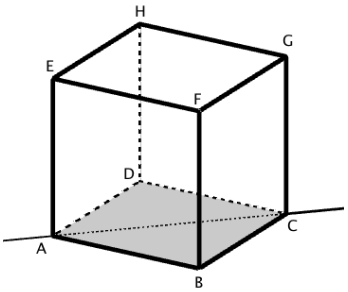
Propriété :
Soit un point A et deux vecteurs de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires.
L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$ est un **plan** passant par A et dirigé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
$(A ; \vec{u}, \vec{v})$ est un **repère** du plan.

Propriété :
Deux plans déterminés par le même couple de vecteurs non colinéaires sont parallèles.

Position relative de deux plans : (*ABCDEFGH* est un cube)

Plans sécants	Plans parallèles	
		
(*EBC*) et (*FBC*) sont sécants suivant (*BC*).	(*ABC*) et (*EFG*) sont strictement parallèles.	(*FBC*) et (*GFB*) sont confondus.

Position relative d'un plan et d'une droite :

Droite et plan sécants	Droite et plan parallèles	
		
(*EC*) et le plan (*ABC*) sont sécants en *C*.	(*EG*) et le plan (*ABC*) sont strictement parallèles.	(*AC*) est contenue dans le plan (*ABC*).

IV/ Base et repère de l'espace.

Définition :
Une **base** de l'espace est formée d'un triplet de vecteurs $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ non coplanaires.
Des vecteurs non coplanaires sont aussi dénommés **linéairement indépendants**.

Propriété :
Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de l'espace.
Pour tout vecteur $\vec{w}$ de l'espace, il existe un unique triplet de réels $(x; y; z)$ tels que $\vec{w} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Définition :
Soit O un point de l'espace, et $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de l'espace.
On dit que $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un **repère de l'espace**.

Propriété :
Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.
Pour tout point *M* de l'espace, il existe un unique triplet $(x; y; z)$ de réels tels que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
On note $M(x; y; z)$.
Les réels *x*, *y* et *z* sont appelés **abscisse**, **ordonnée** et **cote** du point *M* et sont les **coordonnées** du point *M*.

Propriétés :
Soit $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace.

- Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ deux vecteurs de l'espace et $\lambda \in \mathbb{R}$,
  $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} a+d \\ b+e \\ c+f \end{pmatrix}$ et $\lambda\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \lambda \times a \\ \lambda \times b \\ \lambda \times c \end{pmatrix}$.
- Soit $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$ trois points non alignés de l'espace,
  - $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$
  - le milieu *I* de [*AB*] a pour coordonnées $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$
  - le centre de gravité *G* du triangle *ABC* a pour coordonnées $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$

V/ Représentation paramétrique d'une droite.

Définition :

On se place dans un repère de l'espace $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,

soit $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ un vecteur, $A(x_A;y_A;z_A)$ et $M(x;y;z)$ deux points de l'espace.

Dire que le point M appartient à la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ équivaut à dire qu'il existe un nombre réel t tel que $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$.

Ceci est équivalent au système S : $\begin{cases}x=x_A+t\,a\\y=y_B+t\,b\\z=z_A+t\,c\end{cases}$.

Ce système est appelé **représentation paramétrique de la droite** D et t en est le paramètre.

Chapitre 5 : Continuité

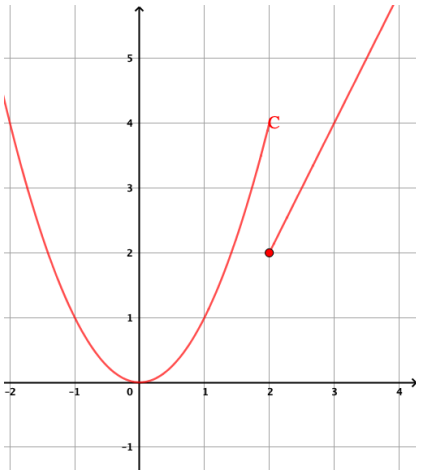
Ce qu'il faut savoir faire:

I/ Fonction continue.

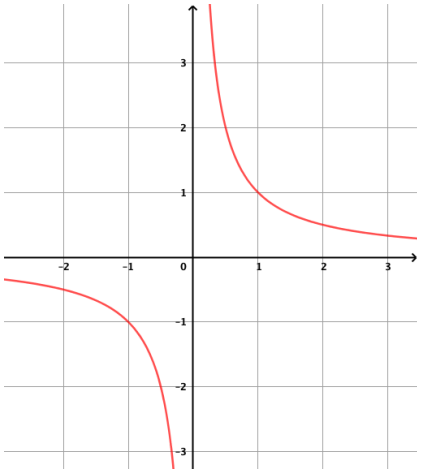
Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel appartenant à I.

- f est **continue** en a lorsque f admet une limite en a et que cette limite est $f(a)$.
- f est continue sur un intervalle I lorsqu'elle est continue en tout point a de I.

Exemples :



f n'est pas continue en 2 car :
$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=4$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=2$ et
$f(2)=2$



la fonction inverse est continue sur $]-\infty;0[$ et $]0;+\infty[$, mais pas en 0.

Définition (intuitive):
Une fonction f est **continue** sur un intervalle I si elle est définie sur I et si sa courbe représentative se trace d'un « trait continu » sans lever le crayon sur cet intervalle.

Propriétés :

- Toute fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur I.
- Les fonctions affines, carré, polynômes, inverse, racine carrée, valeur absolue, exponentielle sont continues sur leur ensemble de définition.

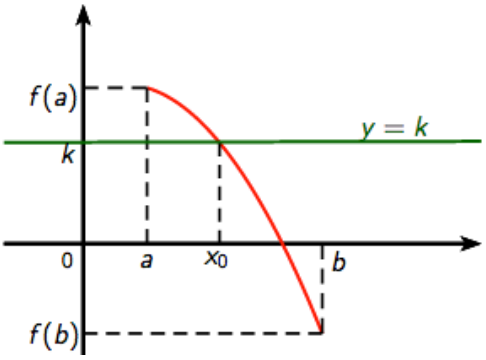
II/ Théorème des valeurs intermédiaires.

Théorème des valeurs intermédiaires (admis) :
Soit f une fonction continue sur un intervalle [a;b].
Alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$ l'équation $f(x)=k$ admet au moins une solution dans [a;b].

Corollaire du TVI :

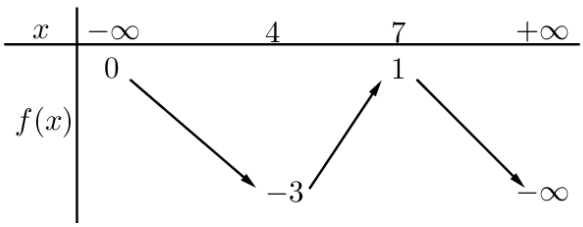
Soit f une fonction **continue** et **strictement monotone** sur un intervalle [a;b].

Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x)=k$ admet une unique solution dans l'intervalle [a ; b].



Exemple : $f(x)=x^3-3x$, $f(x)=0$ sur $[1;2]$.

Convention :
Une flèche dans un tableau de variations d'une fonction f indique :

- La stricte croissance ou stricte décroissance (stricte monotonie) de f sur l'intervalle.
- La continuité sur cet intervalle.

Ci-contre la fonction est continue et strictement croissante sur l'intervalle [4;7], continue est strictement décroissante sur les intervalles] -∞; 4] et [7;+∞ [.