CHAPITRE

3 Compléments second degré

1/ Équations du second degré

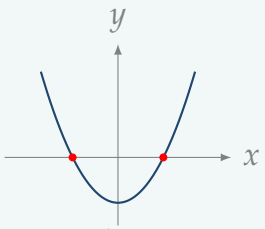
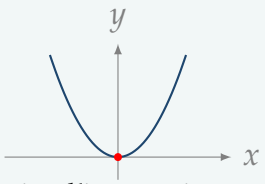
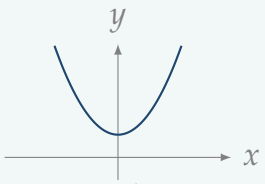
Définition

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ avec a, b et c des nombres réels et $a \neq 0$ un polynôme du second degré.
On appelle **discriminant** le nombre réel $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemple :

Propriété : résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

Le nombre de racines dépend du signe de Δ.

Signe de Δ	Algébriquement	Graphiquement (cas $a > 0$)
$\Delta > 0$	**2 racines réelles :** $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ **Forme factorisée :** $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	 2 points d'intersection avec l'axe des abscisses
$\Delta = 0$	**1 racine double réelle :** $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$ **Forme factorisée :** $f(x) = a(x - x_0)^2$	 1 point d'intersection avec l'axe des abscisses
$\Delta < 0$	**Pas de racine réelle** **Pas de factorisation**	 Aucun point d'intersection avec l'axe des abscisses

Démonstration :

Exemples :

2/ Inéquations du second degré

Signe du trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$

Le signe d'un trinôme dépend du signe de son coefficient a et de son discriminant Δ.

- **Si** $\Delta < 0$: Le trinôme ne s'annule pas. Il est strictement du signe de a sur $\mathbb{R}$.
- **Si** $\Delta = 0$: Le trinôme s'annule en $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$. Il est du signe de a pour tout $x \neq x_0$.
- **Si** $\Delta > 0$: Le trinôme possède deux racines x_1 et x_2. Il est :
  - du **signe de a à l'extérieur** des racines.
  - du **signe opposé à a à l'intérieur** (entre) les racines.

Exemples :

Polynôme du second degré

$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

Discriminant Δ :

Forme canonique

Sommet de la parabole :

Si $\Delta > 0$

Si $\Delta = 0$

Si $\Delta < 0$

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Graphique :