Exercice 1 – Calculs de termes ⋆

Dans chaque cas calculer les termes de rang 0, 1, 2 et 3.

- $u(n) = 3n + 7$
- $v(n) = 5n - 6$
- $w(n) = -4n + 2$
- $s(n) = n^2 + 3n + 5$
- $t(n) = \dfrac{n+3}{2n+4}$

Exercice 2 – Calculs de termes ⋆

Dans chaque cas calculer les termes de rang 1, 2, 3 et 4.

- $u(n+1) = u(n) + 7$ et $u(0) = 4$
- $v(n+1) = v(n) - 10$ et $v(0) = 123$
- $w(n+1) = w(n) + 13$ et $w(0) = 8$
- $s(n+1) = 3s(n)$ et $s(0) = 1$
- $t(n+1) = 0.5t(n)$ et $t(0) = 1024$

Exercice 3 – Modélisation ⋆

Les situations suivantes se modélisent à l'aide d'une suite arithmétique.

1. Dans un élevage de chèvres, la population au cours de quatre mois consécutifs s'élève à 76, puis 70, puis 64, puis 58 chèvres. Combien y a-t-il de chèvres le mois suivant ?
2. La quantité d'eau dans un pluviomètre lors d'un orage est relevée toutes les dix minutes. Les valeurs relevées sont 15 mm ; 19 mm ; 23 mm ; 27 mm. Quelle valeur est relevée dix minutes plus tard ?

Exercice 4 – Modélisation ⋆

Dans chaque cas préciser si la situation peut être modélisée par une suite arithmétique, justifier.

1. Durant l'été une fourmi fait des réserves de grains. Son stock débute à 0 puis monte à 34 grains au bout d'un mois, 68 au bout de deux mois et arrive à 102 à la fin de l'été.
2. Durant l'hiver une fourmi puise dans ses réserves de grains. Elle débute l'hiver avec 56 grains, n'en a plus que 31 après un mois, 17 après deux mois et n'en a plus à la fin de l'hiver.

Exercice 5 – Définitions ⋆

Dans chaque cas écrire la forme par récurrence et la forme explicite de la suite arithmétique donnée, définie à partir de $n = 0$ et calculer le terme de rang 13.

1. Suite $u(n)$ de premier terme $u(0) = 5$ et de raison 4.
2. Suite $v(n)$ de premier terme $v(0) = 20$ et de raison -2.
3. Suite $w(n)$ de premier terme $w(0) = -10$ et de raison 5.
4. Suite $s(n)$ de premier terme $s(0) = 0,5$ et de raison 1,5.
5. Suite $t(n)$ de terme $t(3) = 21$ et de raison 2.
6. Suite $z(n)$ de termes $z(2) = 30$ et $z(5) = 42$.

Exercice 6 – Définitions et graphique ⋆

1. Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = -2$.

(a) Donner le sens de variation de la suite u.

(b) Calculer u_1, u_2 et u_3.

(c) Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite.

2. Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_1 = -3$ et de raison $r = 4$.

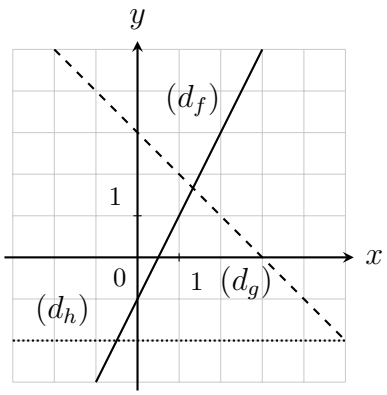
(a) Donner le sens de variation de la suite u.

(b) Calculer u_2, u_3 et u_4.

(c) Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite.

Exercice 7 – Lecture graphique ⋆

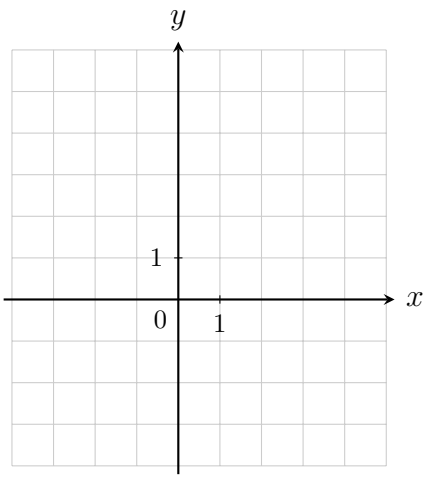
Déterminer par lecture graphique l'expression algébrique des fonctions affines f, g et h dont les droites représentatives (d_f), (d_g) et (d_h) sont données ci-dessous :



Exercice 8 – Tracés de droites ⋆

Tracer dans le repère ci-dessous les droites représentatives des fonctions affines suivantes :

- $f(x) = 3x - 2$
- $g(x) = -x + 4$
- $h(x) = -\frac{1}{2}x + 1$
- $k(x) = 5$



Exercice 9 – Taux d'accroissement ⋆

Dans chaque cas, déterminer le coefficient directeur (ou taux d'accroissement) de la fonction affine f :

1. $f(2) = 5$ et $f(5) = 14$.
2. $f(-1) = 3$ et $f(3) = -5$.
3. La droite représentative de f passe par les points $A(4; -2)$ et $B(6; 10)$.
4. L'ordonnée augmente de 9 lorsque l'abscisse augmente de 3.

Exercice 10 – Tableaux de signes ⋆⋆

Dresser le tableau de signes de chacune des fonctions affines suivantes :

1. $f(x) = 2x - 8$
2. $g(x) = -3x + 12$
3. $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$
4. $k(x) = 5 - 2x$

Exercice 11 – Synthèse ⋆⋆

La température en degrés Farenheit est l'image de la température en degrés Celsius par une fonction affine f.
On sait que :

- L'eau gèle à 0°C, ce qui correspond à 32°F
- L'eau bout à 100°C, ce qui correspond à 212°F.

Température °C $\longrightarrow$ $\boxed{f}$ $\longrightarrow$ Température °F

1. Déterminer l'expression de la fonction f.
2. La température corporelle normale est d'environ 37°C. Quelle est cette température en Fahrenheit ?
3. Lors d'une vague de froid au Canada, le thermomètre affiche 14°F. Quelle est la température correspondante en Celsius ?
4. Existe-t-il une température qui s'exprime par le même nombre dans les deux unités ? Si oui, la déterminer.

Exercice 12 – Offre et Demande ⋆⋆

Un artisan fabrique et vend des coques pour téléphones.
La demande mensuelle $D(p)$ (en milliers d'unités) en fonction du prix unitaire p (en euros) est modélisée par :
$D(p) = -0,5p + 18$.
L'offre mensuelle $O(p)$ (en milliers d'unités) de l'artisan est modélisée par :
$O(p) = 1,5p - 6$.

La demande : C'est la quantité d'un produit que les consommateurs (les acheteurs) sont disposés à acheter en fonction de son prix.

L'offre : C'est la quantité d'un produit que les producteurs (les vendeurs) sont disposés à fabriquer et à vendre en fonction de son prix.

1. **Étude de la demande :**
   (a) Combien de coques les consommateurs sont-ils prêts à acheter si le prix est fixé à 10 € ?
   (b) À partir de quel prix la demande devient-elle nulle ?
2. **Étude de l'offre :**
   (a) L'artisan est-il prêt à vendre ses coques à 3 € l'unité ? Justifier.
   (b) Combien de coques produit-il si le prix de vente est fixé à 12 € ?
3. **Point d'équilibre :** On appelle *prix d'équilibre* le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.
   (a) Déterminer le prix d'équilibre par le calcul.
   (b) Quelle est alors la quantité échangée sur le marché à ce prix ?

Exercice 13 – Impôt sur le revenu ⋆⋆⋆

Le calcul de l'impôt sur le revenu d'un foyer fiscal est modélisé par une fonction affine par morceaux I qui, à un revenu imposable x (en euros), associe le montant de l'impôt à payer $I(x)$.
On considère le barème simplifié suivant :

- Jusqu'à $10\,000$ € : aucun impôt (taux de $0\,\%$) ;
- De $10\,000$ € à $30\,000$ € : $10\,\%$ pour la part du revenu comprise dans cette tranche ;
- Au-delà de $30\,000$ € : l'impôt de la tranche précédente, augmenté de $30\,\%$ pour la part du revenu supérieure à $30\,000$ €.

1. Calculer le montant de l'impôt pour un revenu de $20\,000$ € ; puis pour un revenu de $45\,000$ €.
2. Expliciter l'expression de la fonction $I(x)$ pour x compris entre $10\,000$ et $30\,000$ €, puis pour x supérieur à $30\,000$ €.
3. On appelle *taux marginal d'imposition* le taux de la dernière tranche touchée par le contribuable. Quel est le taux marginal d'une personne gagnant $45\,000$ € ?
4. Le *taux moyen d'imposition* est le pourcentage du revenu réellement versé sous forme d'impôt, calculé par le rapport $\dfrac{I(x)}{x}$. Calculer ce taux moyen pour un revenu de $45\,000$ €.