

Chapitre 1 : Arithmétique



L'arithmétique est une branche des mathématiques qui correspond à la science des nombres.

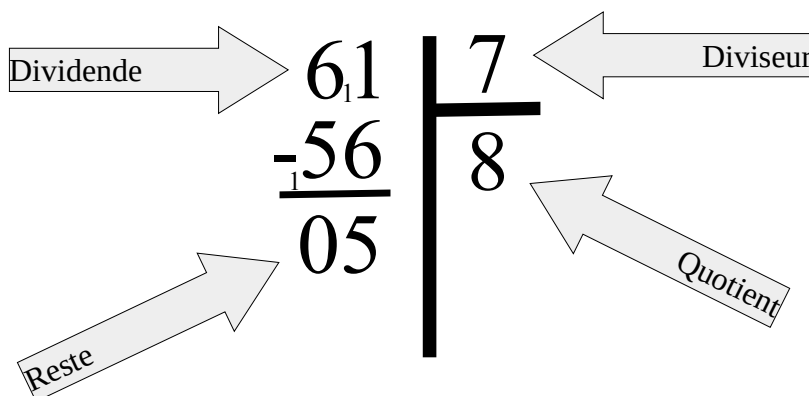
Le mathématicien allemand ci-contre est Christian Goldbach, né en 1690 et mort en 1764.

Il a conjecturé le résultat ci-dessous qui n'est à ce jour toujours pas démontré !

$4=2+2$	$6=3+3$	$8=3+5$	$10=3+7=5+5$	$12=5+7$
$14=3+11=7+7$	$50=19+31=13+37=7+43=3+47$		

I/ Divisibilité.

1) *Division euclidienne (division avec reste).*



On parcourt la table du diviseur :

- $1 \times 7 = 7$
- $2 \times 7 = 14$
- $3 \times 7 = 21$
- $4 \times 7 = 28$
- $5 \times 7 = 35$
- $6 \times 7 = 42$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 7 = 56$
- $9 \times 7 = 63 \dots \text{trop grand}$

En ligne on peut écrire : $61 = 8 \times 7 + 5$

Attention, le reste doit toujours être plus petit que le diviseur !

2) *Diviseurs et multiples.*

Vocabulaire :

Dans la division euclidienne, le reste est parfois égale à 0 : $39 = 13 \times 3$, on dit alors :

39 est un multiple de 13	13 est un diviseur de 39
39 est divisible par 13	

et par symétrie :

39 est un multiple de 3	3 est un diviseur de 39
39 est divisible par 3	

3) Critères de divisibilité.

Un nombre entier est divisible par :

- 2 si le chiffre de ses unités est pair (0, 2, 4, 6, 8).
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 5 si le chiffre de ses unités est 0 ou 5.
- 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples :

123 est divisible par 3, 603 est divisible par 9 et 3, 205 est divisible par 5, 1374 est divisible par 2.

II/ Nombres premiers.

Définition : Un nombre est premier s'il possède exactement deux diviseurs 1 et lui-même.

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... il y en a un nombre infini !

1 n'est pas un nombre premier car il ne possède qu'un seul diviseur, lui même.

Méthode : Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers.

On parcourt la liste des nombres premiers et on les teste comme diviseur.

$$2520 = 2 \times 1260$$

$$2520 = 2 \times 2 \times 630$$

$$2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 315$$

$$2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 105$$

$$2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 35$$

$$2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

Ainsi, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

Définition : On dit qu'une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autres diviseurs communs que 1.

Méthode : Rendre une fraction irréductible

On décompose son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers et on simplifie au maximum.

$60 = 2 \times 30$	$126 = 2 \times 63$
$60 = 2 \times 2 \times 15$	$126 = 2 \times 3 \times 21$
$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$	$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

$$\frac{60}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{10}{21}$$