

## Chapitre 1 : Équations du second degré

### I/ Fonctions polynômes de degré 2.

#### Définitions :

- On appelle **fonction polynôme de degré 2** ou **fonction trinôme** toute fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par une expression de la forme:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres réels avec  $a \neq 0$ . Cette forme est la **forme développée** de  $f$ .
- Sa courbe représentative est une **parabole**.

#### Exemples :

#### Propriété :

Toute fonction polynôme de degré 2 définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

Cette forme est appelée la **forme canonique** de  $f$



**Méthode complétion du carré:**  $f(x) = x^2 + 2ax = (x+a)^2 - a^2$

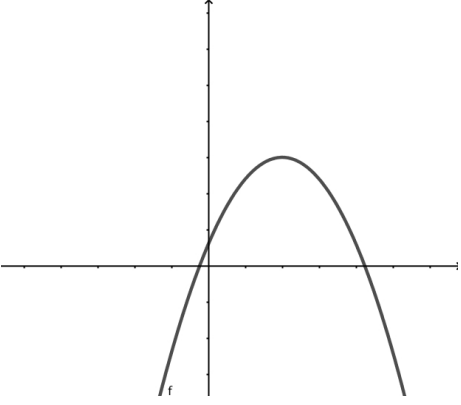
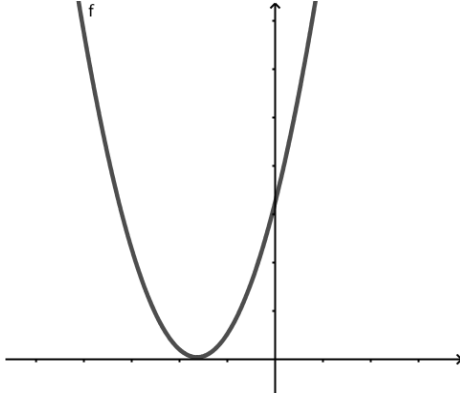
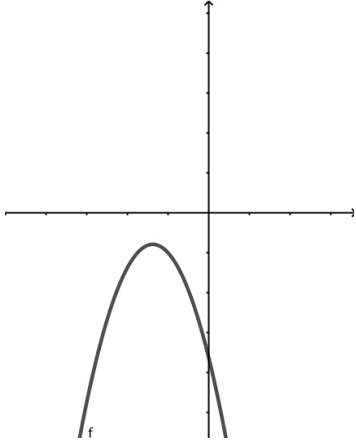
#### Exemple :

### II/ Équation du 2<sup>nd</sup> degré.

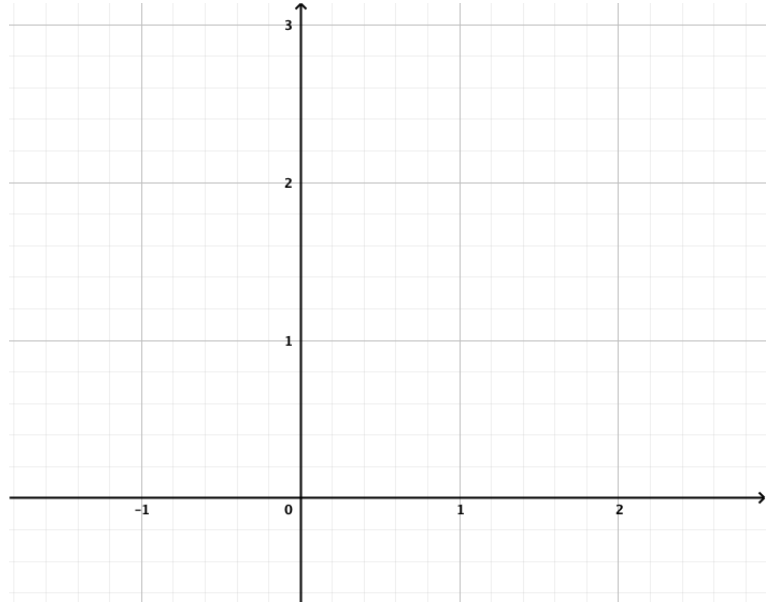
#### Définitions :

- Une **équation du second degré** est une équation du type  $ax^2 + bx + c = 0$  avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres réels et  $a \neq 0$ .
- Une **solution** de cette équation s'appelle une **racine** du trinôme  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
exemple :
- On appelle **discriminant** du trinôme le nombre réel  $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$ .  
exemple :

**Propriété : Résolution de l'équation**  $ax^2 + bx + c = 0$  .  
Le nombre de racines dépend du signe de  $\Delta$  .

Signe de $\Delta$	Algébriquement	Graphiquement
$\Delta > 0$	<b>2 racines réelles :</b> $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	 <p><b>2 points d'intersection</b> de la courbe avec l'axe des abscisses</p>
	<b>Forme factorisée :</b> $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	
$\Delta = 0$	<b>1 racine double réelle :</b> $x_0 = \frac{-b}{2a}$	 <p><b>1 point d'intersection</b> avec l'axe des abscisses</p>
	<b>Forme factorisée :</b> $f(x) = a(x - x_0)^2$	
$\Delta < 0$	<b>pas de racine réelle</b>	 <p><b>aucun point d'intersection</b> avec l'axe des abscisses</p>
	<b>pas de factorisation</b>	

**Exemple :**  $2x^2 - 3x + 1 = 0$



### III/ Somme et produit des racines.

#### **Propriété :**

Soit  $f$  un trinôme défini sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  qui admet deux racines distinctes  $x_1$  et  $x_2$  alors :

- la somme des racines est :  $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  .
- le produit des racines est :  $P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$  .

#### **Exemples :**